

# Guía de Mecánica

Vigas, diagramas de momento y armaduras

Ejercicios resueltos y problemas.

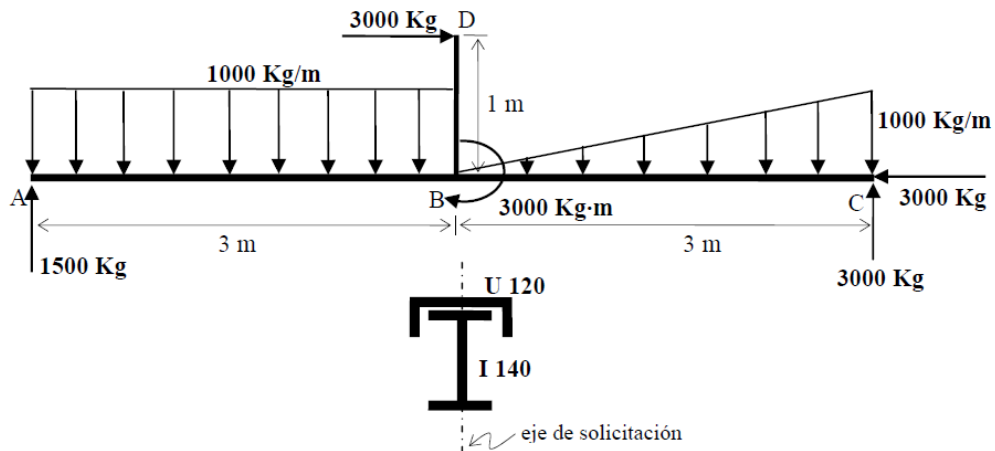
USB

1.- Ejercicios Resueltos

1.1 Parcial #1

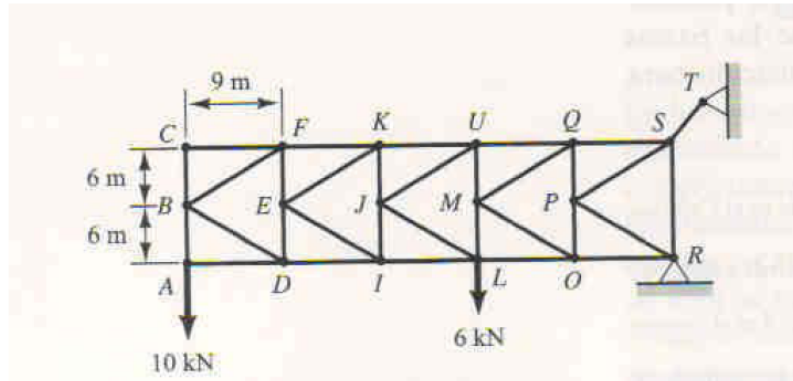
**Problema 1 (12 puntos)**

La sección transversal de la viga ABC está conformada por dos perfiles SIDOR: I-140 y U-120, orientados según se indica en la figura. Represente gráficamente la variación de fuerzas internas para la viga y estime el esfuerzo normal para la sección más crítica de la viga. Justifique su respuesta.



**Problema 2 (8 puntos)**

La armadura mostrada en la figura ha sido construida usando vigas de perfil "L" (o perfil de ángulos de alas iguales) de denominación 40 x 4 x 40, según nomenclatura SIDOR. Determine el esfuerzo normal en las vigas KU y IL. Sabiendo que el esfuerzo admisible es 150 MPa, examine si alguna de las dos vigas falla.

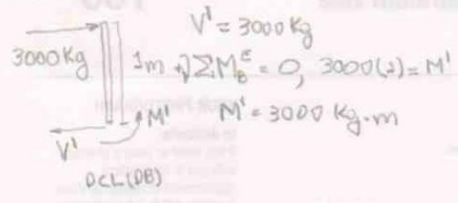


Nota: todas las vigas horizontales miden 9 m.

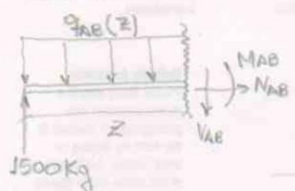
PROBLEMA 1:

(1)

TRAMO DB:



TRAMO AB:



$$N_{AB}(z) = 0$$

$$V_{AB} = V_A - \int_0^z q_{AB}(z) dz$$

$$V_{AB} = 1500 - \int_0^z 1000 dz$$

$$V_{AB} = 1500 - 1000z$$

$$M_{AB} = M_A + \int_0^z V_{AB} dz$$

$$M_{AB} = 1500z - 500z^2$$

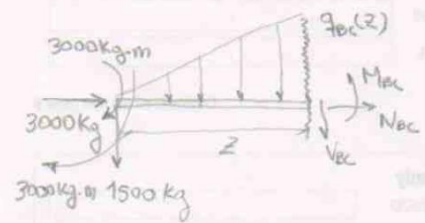
$$N_B = 0 \text{ Kg}, V_B = 1500 - 1000(3)$$

$$V_B = -1500 \text{ Kg}$$

$$M_B = 1500(3) - 500(9)$$

$$M_B = 0 \text{ Kg·m}$$

TRAMO BC:



$$N_{BC}(z) = -3000$$

$$V_{BC} = V_B - \int_0^z q_{BC} dz$$

$$V_{BC} = -1500 - \int_0^z \left(\frac{1000}{3}z\right) dz$$

$$V_{BC} = -1500 - \frac{500}{3}z^2$$

$$M_{BC} = M_B + \int_0^z V_{BC} dz$$

$$M_{BC} = 6000 + \int_0^z \left(-1500 - \frac{500}{3}z^2\right) dz$$

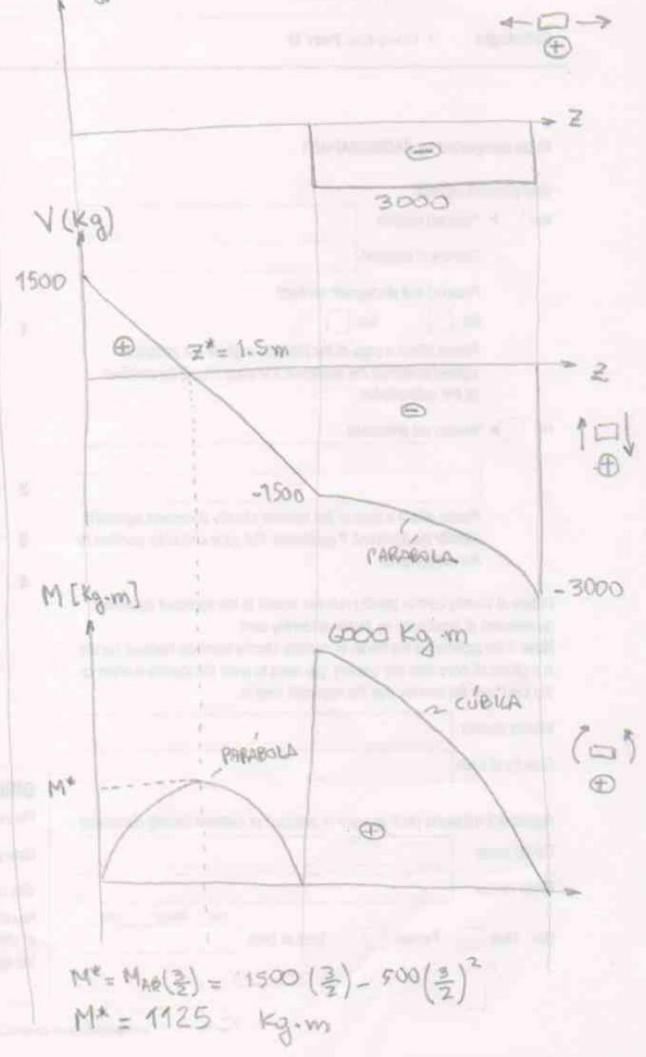
$$M_{BC} = 6000 - 1500z - \frac{500}{9}z^3$$

$$N_C = -3000 \text{ Kg} \downarrow$$

$$V_C = -1500 - 500(3) = -3000 \text{ Kg} \downarrow$$

$$M_C = 6000 - 1500(3) - 500(3) = 0 \text{ Kg·m}$$

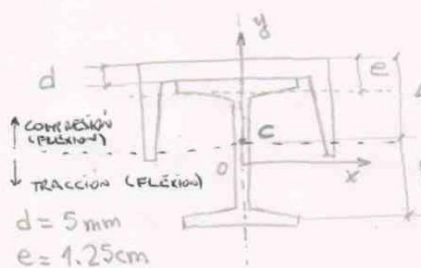
DIAGRAMAS DE FUERZAS INTERNAS:



DE LA DISTRIBUCIÓN DE FUERZA AXIAL Y MOMENTO FLECTOR SE IDENTIFICA QUE LA SECCIÓN MAS CRÍTICA ES AQUELLA QUE PRESENTA COMPRESIÓN POR ACCIÓN COMBINADA DE CARGA AXIAL Y MOMENTO FLECTOR. EN EL TRAMO BC EL PUNTO  $Z=3m$  PRESENTA  $N = -3000 \text{ Kg}$   $M = 6000 \text{ Kg-m}$

Así: 
$$\sigma_{crit} = - \frac{N}{A} - \frac{M \cdot c}{I_x}$$

SE REQUIERE HALLAR LAS PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL:



CENTRÍDE:  
 $Ox, y$  EN CENTRÍDE DE I-140

$$x_c = 0, \quad y_c = \frac{\sum y_i A_i}{A_T}$$

$$y_c = 0 + \frac{[(7+0.5) - 1.25] (12.21)}{12.21 + 18.30}$$

$$y_c = 2.501 \text{ cm}$$

$$I_x = (I_x)_{I140} + (I_x)_{U120}$$

$$(I_x)_{I140} = 573 + (2.501)^2 (18.30)$$

$$(I_x)_{I140} = 687.47 \text{ cm}^4$$

$$(I_x)_{U120} = 19.8 + (4.999 - 1.25)^2 (12.21)$$

$$(I_x)_{U120} = 191.41 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 878.88 \text{ cm}^4$$

$$A_T = 30.51 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{crit} = - \frac{3000}{30.51} - \frac{6000 (4.999)}{878.88}$$

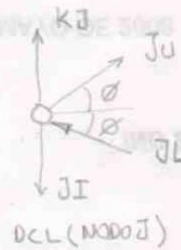
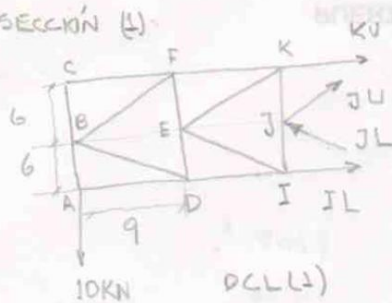
$$\sigma_{crit} = -132.46 \text{ Kg/cm}^2 \quad \leftarrow \text{ESFUERZO CRÍTICO}$$

NOTA: PARA LAS FIBRAS INFERIORES EL ESFUERZO ES:

$$\sigma_{inf} = - \frac{3000}{30.51} + \frac{6000 (9.5)}{878.88} = -33.47 \text{ Kg/cm}^2$$

PROBLEMA 2:

SECCIÓN (I)



$\rightarrow$  DCL(NODO J):  $\rightarrow \sum F_x^E = 0, JU \cos \theta - JL \cos \theta = 0, \boxed{JU = JL}$  ①

$\rightarrow$  DCL(SECCIÓN I):  $\rightarrow \sum M_J^E = 0, KU(6) - JL(6) = 10(18)$

$2KU - 2JL = 60 \Rightarrow KU - JL = 30 \dots$  ②

$\rightarrow \sum F_x^E = 0, KU + JU \cos \theta + JL \cos \theta + IL = 0 \dots$  ③

Por ①  $\rightarrow$  ③:  $KU + IL = 0 \Rightarrow \boxed{KU = -IL}$  ④

④  $\rightarrow$  ②:  $2KU = 30, KU = 15 \text{ KN (TRACCIÓN)}, IL = -15 \text{ KN (COMPRESIÓN)}$

$\sigma_{KU} = \frac{KU}{A}, \sigma_{IL} = \frac{IL}{A}, |\sigma_{KU}| = |\sigma_{IL}|, \boxed{A = 3.08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$

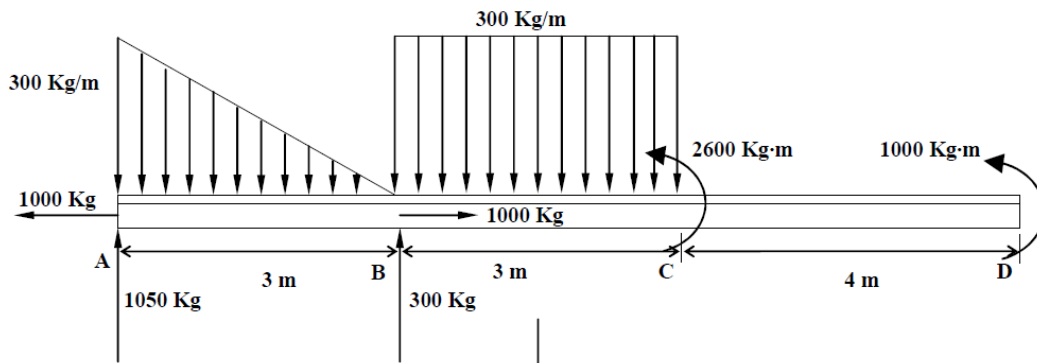
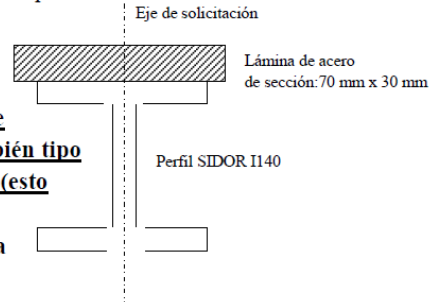
$|\sigma_{KU}| = \frac{15 \cdot 10^3}{3.08 \cdot 10^{-4}} = 4.87 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 48.7 \text{ MPa}$

Resp: DADO QUE  $|\sigma_{KU}| = |\sigma_{IL}| < \sigma_{ADMISIBLE}$  NINGUNA DE LAS DOS VIGAS FALLA

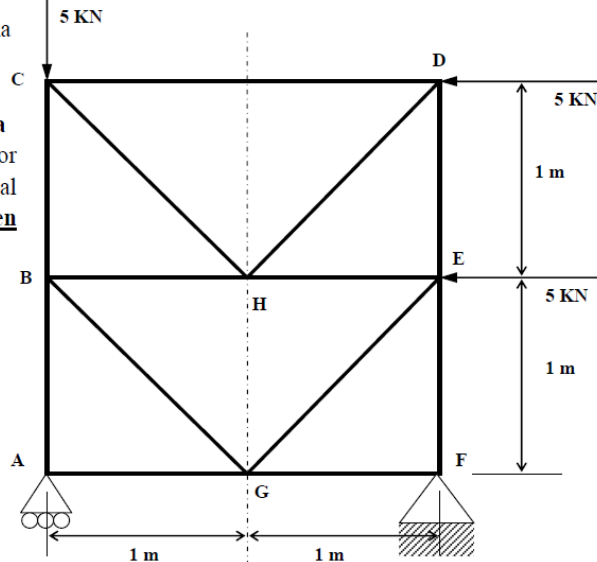
1.2 Parcial # 2

Problema 1 (20 puntos) La viga mostrada en la figura está sometida a un conjunto de cargas externas tal como se muestra y posee una **sección transversal formada por una lámina de área  $70 \times 30 \text{ mm}^2$  y un perfil Sidor I140**, orientados según se sugiere en figura anexa. Sabiendo que el **esfuerzo normal admisible es  $1500 \text{ Kg/cm}^2$** , se requiere:

- Representar gráficamente las fuerzas internas en la viga como función de la longitud de la misma. **Muestre los cálculos para la obtención de dichos diagramas e identifique en los diagramas valores extremos, como también tipo de relación entre la fuerza interna y la longitud de la viga (esto es indicar si la relación es lineal, cuadrática o cúbica).**
- Obtener el o los puntos críticos de la viga basado en la mayor magnitud de esfuerzo normal. Justifique.
- Determinar si la viga falla. Justifique.



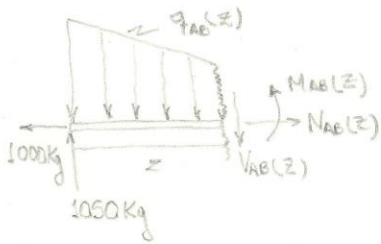
Problema 2 (10 puntos) La estructura mostrada ha sido construida usando barras de sección igual a  $3 \text{ cm}^2$ , unidas mediante articulaciones, las cuales son identificadas por letras en la respectiva figura. La estructura está soportada por un apoyo simple en A y una articulación en F, tal como se ilustra. Determine **el esfuerzo normal en la barra DH**.





PROBLEMA 1:

1. TRAMO AB:



$$N_{AB}(z) = 1000$$

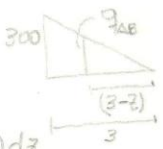
$$V_{AB}(z) = V_A - \int_0^z q_{AB}(z) dz$$

$$V_A = 1050$$

$$V_{AB}(z) = 1050 - \int_0^z 100(3-z) dz$$

$$= 1050 + 50(3-z)^2 \Big|_0^z = 1050 + 50[(3-z)^2 - 3^2]$$

$$= 1050 + 50(3-z)^2 - 450 = 600 + 50(3-z)^2$$



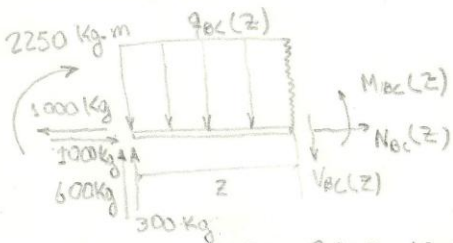
$$M_{AB}(z) = M_A + \int_0^z V_{AB}(z) dz, M_A = 0; M_{AB}(z) = \int_0^z 600 + 50(3-z)^2 dz$$

$$M_{AB}(z) = 600z - \frac{50}{3}(3-z)^3 \Big|_0^z = 600z - \frac{50}{3}[(3-z)^3 - 3^3] = 600z - \frac{50}{3}(3-z)^3 + 450$$

$$N_B = 1000 \text{ Kg} \quad M_B = M_{AB}(3) = 600(3) + 450 = 1800 + 450 = 2250 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

$$V_B = V_{AB}(3) = 600 \text{ Kg}$$

2. TRAMO BC:



$$N_{BC}(z) = 0$$

$$V_{BC}(z) = V_B - \int_0^z q_{BC}(z) dz, V_B = 900 \text{ Kg}$$

$$V_{BC}(z) = 900 - \int_0^z 300 dz = 900 - 300z$$

$$M_{BC}(z) = M_B + \int_0^z V_{BC}(z) dz, M_B = 2250 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC}(z) = 2250 + \int_0^z (900 - 300z) dz$$

$$M_{BC}(z) = 2250 + 900z - 150z^2; N_C = 0, V_C = V_{BC}(3) = 900 - 300(3) = 0$$

$$M_C = M_{BC}(3) = 2250 + 900(3) - 150(3)^2 = 2250 + 2700 - 150(9) = 3600 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

3. TRAMO CD:



$$N_{CD}(z) = 0$$

$$V_{CD}(z) = 0$$

$$\sum M_D^C = 0, 3600 - 2600 = M_{CD}(z)$$

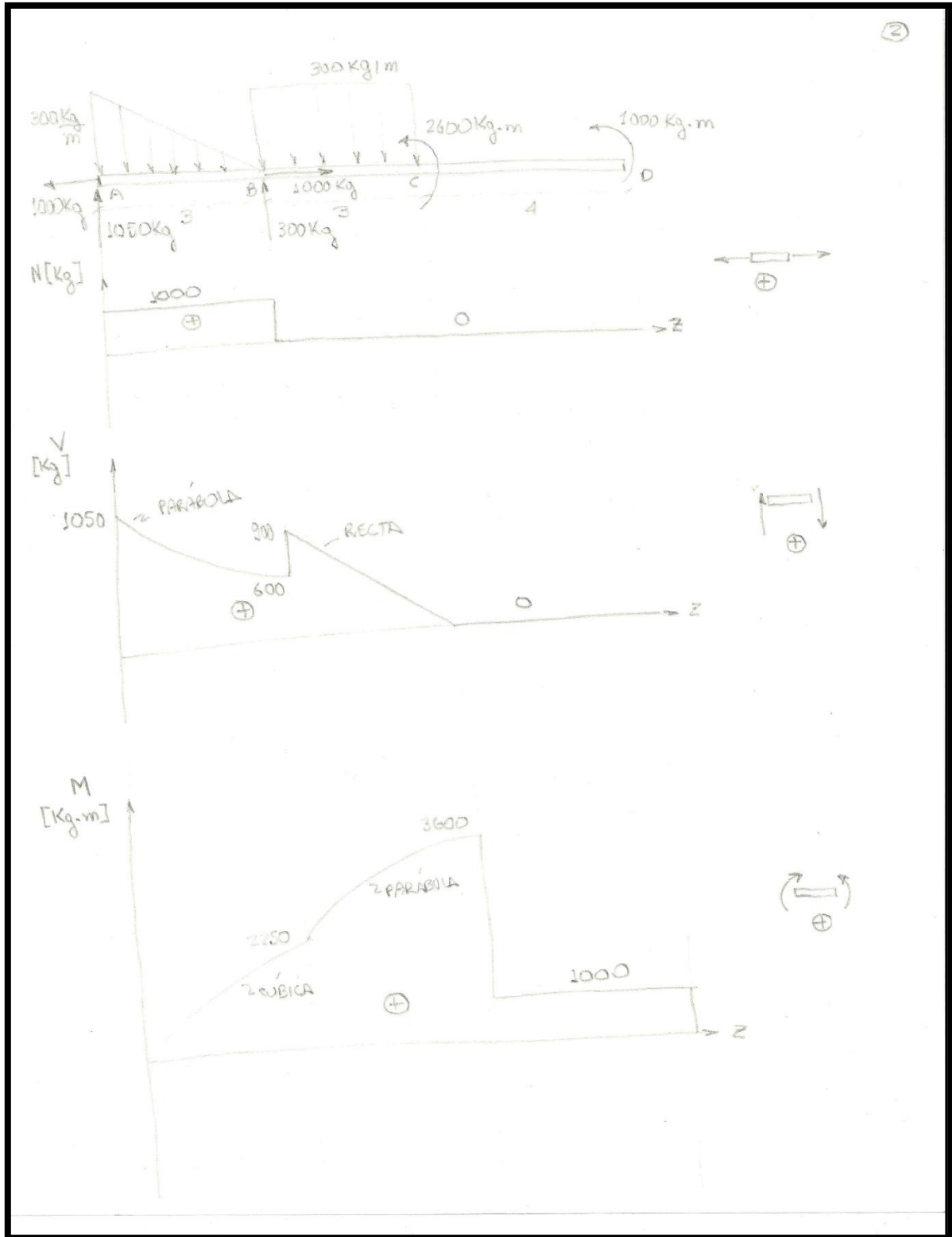
$$M_{CD}(z) = 1000 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

$$N_D = N_{CD}(3) = 0 \text{ Kg}$$

$$V_D = V_{CD}(3) = 0 \text{ Kg}$$

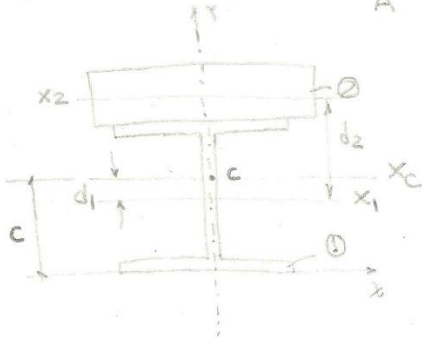
$$M_D = M_{CD}(3) = 1000 \text{ Kg}\cdot\text{m}$$

← (COINCIDE CON CARGAS EN EXTREMO D).





- PUNTOS CRÍTICOS BASADOS EN  $\sigma$ : DE ACUERDO A DIAGRAMAS  $N(z)$  Y  $M(z)$  LOS PUNTOS DONDE  $\sigma = \sigma_{\text{MAX}}$  PUEDEN SER B O C.  $\sigma_B = \frac{N_B}{A} + \frac{M_B c}{I_x}$  Y  $\sigma_C = \frac{M_C c}{I_x}$



- PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN

$$X_c = \frac{X_{c1} A_1 + X_{c2} A_2}{A_1 + A_2}$$

$$A_1 = A_{I140} = 18.30 \text{ cm}^2, \quad A_2 = 7.3 = 21 \text{ cm}^2$$

$$X_{c1} = 7 \text{ cm}, \quad X_{c2} = 14 + 1.5 = 15.5 \text{ cm}$$

$$X_c = \frac{7(18.3) + 15.5(21)}{18.3 + 21}, \quad X_c = 11.54 \text{ cm}$$

$$d_1 = 11.54 - 7 = 4.54 \text{ cm}$$

$$I_{X1} = 573 \text{ cm}^4 \quad (I_{X_{I140}})$$

$$d_2 = 15.5 - 11.54 = 3.958 \text{ cm}$$

$$I_{X2} = \frac{1}{12} h^3 \cdot b = \frac{1}{12} (3)^3 \cdot 7 = 15.75 \text{ cm}^4$$

$$I_{X_{c140}} = 573 + (4.54)^2 (18.3) = 950.52 \text{ cm}^4$$

$$I_{X_{c2}} = 15.75 + (3.958)^2 (21) = 344.73 \text{ cm}^4$$

$$I_x = I_{X_{c140}} + I_{X_{c2}} = 1295.26 \text{ cm}^4$$

$$c = 11.542 \text{ cm}$$

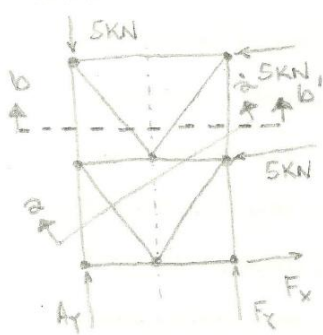
$$\sigma_B = \frac{1000}{(18.3+21)} + \frac{(2250 \cdot 100)(11.54)}{(1295.26)} = 2030.4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_C = \frac{(3600 \cdot 100)(11.54)}{(1295.26)} = 3207.95 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = \sigma_C$$

EN ESTE CASO SUCEDE FALLA YA QUE  $\sigma > \sigma_{\text{ADM}}$ ,  $\sigma_{\text{ADM}} = 1500 \text{ Kg/cm}^2$

PROBLEMA 2:



$$\rightarrow \sum F_x^E = 0, F_x = 10 \text{ KN}$$

$$\rightarrow \sum M_A^E = 0, -5(1) - 5(2) - 2F_y = 0$$

$$F_y = -\frac{15}{2}, F_y = -7.5 \text{ KN}$$

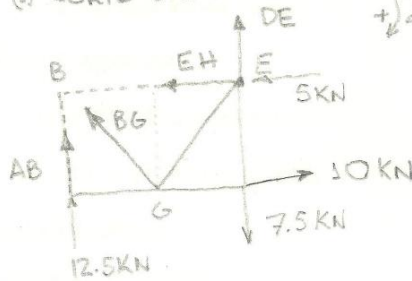
$$\rightarrow \sum F_y^E = 0, A_y + F_y = 5, A_y = 5 - F_y$$

$$A_y = 12.5 \text{ KN} \downarrow$$

DCL(1)

MÉTODO DE LAS SECCIONES

(1) CORTE 22'

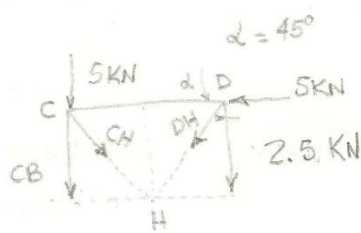


$$\rightarrow \sum M_B^E = 0, 7.5(2) = 2DE + 10(\cdot)$$

$$DE = \frac{15 - 10}{2}$$

$$DE = 2.5 \text{ KN } \oplus$$

(2) CORTE b b'



$$\rightarrow \sum M_C^E = 0, 2.5(2) + \frac{\sqrt{2}}{2} DH(2) = 0$$

$$DH = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$DH = -3.53 \text{ KN } \ominus$$

ESFUERZO EN LA BARRA DH:  $\sigma_{DH} = -\frac{5/\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-4}}$

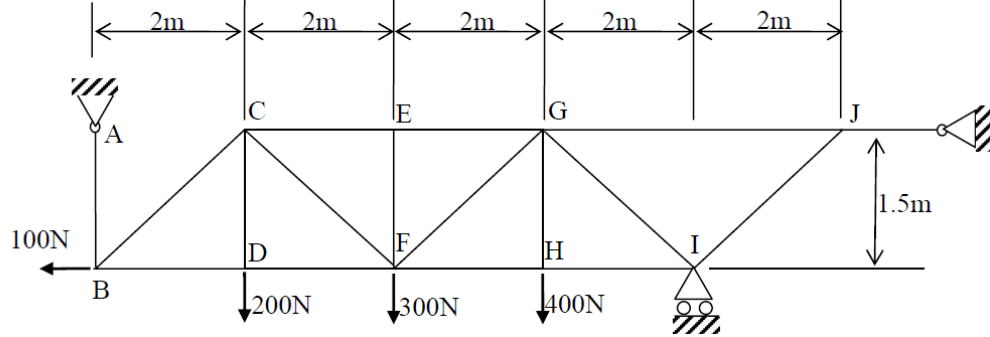
$$\sigma_{DH} = -\frac{5}{3\sqrt{2}} \cdot 10^7 \text{ Pa}, \quad \boxed{|\sigma_{DH}| = 11.8 \text{ MPa}} \quad \ominus$$

## 2.- Problemas propuestos

Examen Parcial III

PROBLEMA 1.(4 puntos)

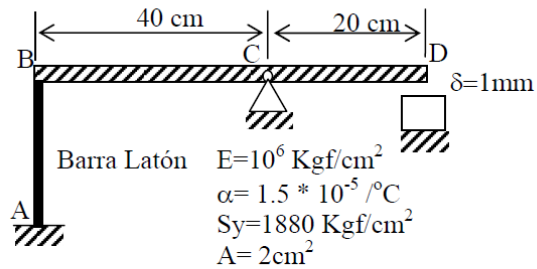
Determinar las reacciones en las barras EF, GH, FG en la armadura mostrada.



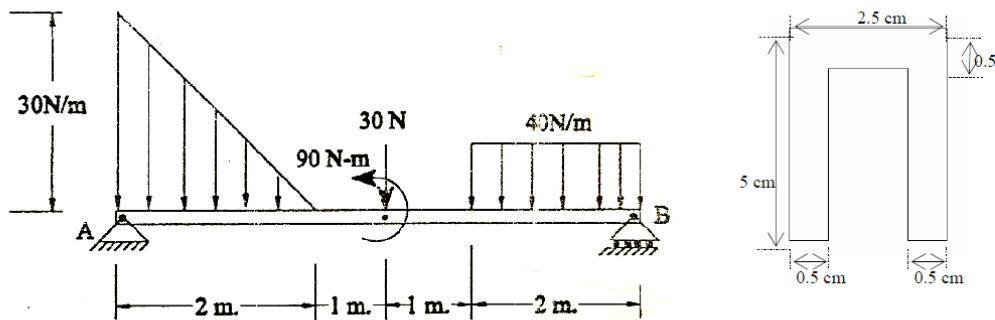
PROBLEMA 2 (6 puntos)

El sistema esta formado por una barra rígida BCD vinculada a tierra por medio de una articulación plana en C y por una barra de latón en el extremo B.

Si se aplica un  $\Delta T = 50^\circ$  al latón, determinar que tensión se produce en la barra. Determinar si el sistema falla.



PROBLEMA 3.(10 puntos)

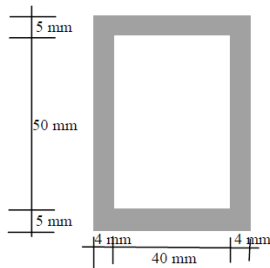
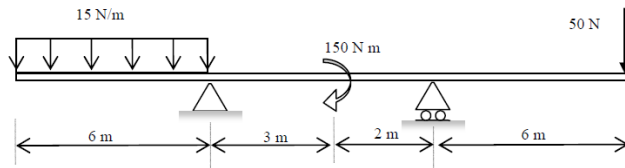


En la figura 1 se muestra una viga sometida a diversas fuerzas, la sección transversal de la viga se muestra en la figura 2. Las propiedades del material son: Esfuerzo admisible: 20 MPa. Se pide:

- Diagramas de fuerza cortante y momento flector.
- Determinar cual es la sección crítica de la viga
- Verificar si la viga soporta las cargas actuantes
- Si el diseño planteado no es adecuado, seleccionar un perfil U "sidor" de las tablas de perfiles.



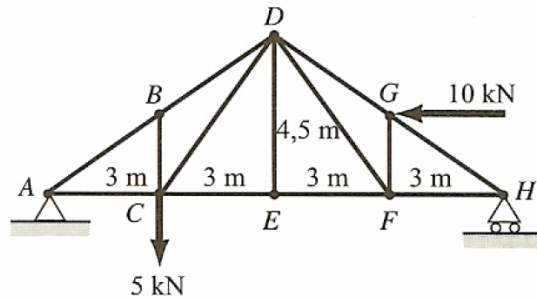
**UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR**  
**Tercer Parcial de Mecánica de Materiales I- MC2141**  
**Abril-Julio 2007**



**Pregunta 1.** En la figura superior se muestra una viga sometida a diversas fuerzas, la sección transversal de la viga se muestra en sección anexa. El esfuerzo admisible del material es 20 MPa. Se pide:

- Diagramas de fuerza cortante y momento flector.
- Determinar cual es la sección crítica de la viga
- Verificar si la viga soporta las cargas actuantes
- Si el diseño planteado no es adecuado, seleccionar un perfil de la tabla conduven.

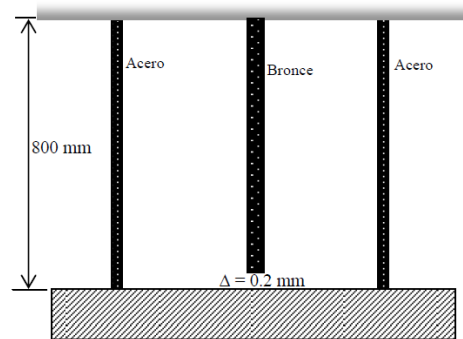
**Pregunta 2.** Para la estructura reticular mostrada, calcular  
 a) Las fuerzas transmitidas por la barra DC.  
 b) ¿Cual es la fuerza transmitida por la DE?



**Pregunta 3.** A una temperatura de 20 grados centígrados hay un  $\Delta = 0.2$  mm entre el extremo inferior de la barra de bronce y la losa rígida (de peso propio despreciable) suspendida de las dos barras de acero, según se indica en la figura. Determine el esfuerzo en cada barra cuando la temperatura se eleva a 100 grados centígrados.

$A_{\text{bronce}} = 600 \text{ mm}^2$   
 $E_{\text{bronce}} = 83 \times 10^9 \text{ N/m}^2$   
 $\alpha_{\text{bronce}} = 19 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

$A_{\text{acero}} = 400 \text{ mm}^2$   
 $E_{\text{acero}} = 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$   
 $\alpha_{\text{acero}} = 11.7 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$





UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR  
 DEPARTAMENTO DE MECÁNICA  
 Mecánica de Materiales I (MC-2141)  
 Septiembre-Diciembre 2007.

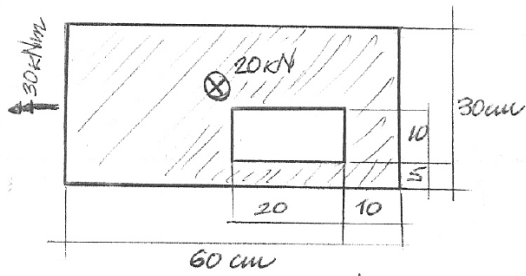
APELLIDOS: \_\_\_\_\_  
 NOMBRES: \_\_\_\_\_  
 NO. CARNET: \_\_\_\_\_

EXAMEN PARCIAL N° 3 (30%)

**PROBLEMA 1**

(6 puntos).

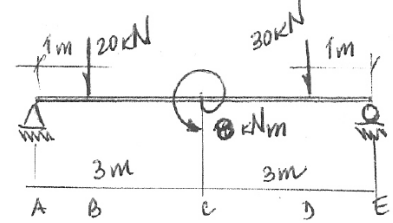
En la región crítica de la viga de sección mostrada actúan: una fuerza normal  $N = -20 \text{ kN}$  y un momento flector  $M = 30 \text{ kNm}$ . Calcular los esfuerzos máximos de tracción y compresión (valor absoluto) en dicha sección.



**PROBLEMA 2**

(6 puntos).

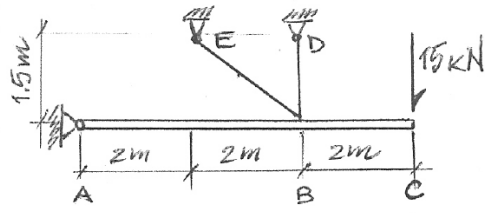
Escoger un perfil I SIDOR para la viga mostrada, si el esfuerzo admisible es de 150 MPa. Calcule el esfuerzo máximo resultante.



**PROBLEMA 3**

(8 puntos).

La barra rígida ABC, originalmente en posición horizontal está soportada por la articulación plana en A y dos barras ideales BE y BD (acero  $E = 200 \text{ GPa}$  y  $A = 2 \text{ cm}^2$  cada una). Calcular los esfuerzos normales en dichas barras y el desplazamiento del punto C, después de aplicar la carga de 15 kN.



IPN

Designación	Dimensiones				Peso P kg/m	Area A cm <sup>2</sup>	Propiedades							
	Alas		Alma				Eje fuerte y-y				Eje débil z-z			
	h	b	t <sub>f</sub>	t <sub>w</sub>			I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	I <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>z</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>z</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>z</sub> cm
IPN 80	80	42	4.0	5.4	6.01	7.63	74.9	18.7	22	3.13	5.89	2.71	4.68	0.86
IPN 100	100	50	6.8	4.5	8.34	10.9	170	34.1	39.4	4	12.1	4.86	8.19	1.07
IPN 120	120	58	7.7	5.1	11.1	14.2	327	54.5	63.1	4.8	21.4	7.38	12.6	1.23
IPN 140	140	66	8.6	5.7	14.3	18.2	572	81.8	94.5	5.6	35.1	10.6	18	1.39
IPN 160	160	74	9.5	6.3	17.9	22.8	934	117	135	6.4	54.6	14.7	25	1.55
IPN 180	180	82	10.4	6.9	21.6	27.9	1440	160	185	7.2	81.2	19.8	33.6	1.71
IPN 200	200	90	11.3	7.5	26.2	33.4	2140	214	247	8	116	25.9	43.9	1.87
IPN 240	240	106	13.1	8.7	36.2	46.1	4240	353	408	9.59	220	41.5	70.6	2.19
IPN 300	300	125	16.2	10.8	54.2	69	9760	652	756	11.9	449	71.9	123	2.55

